

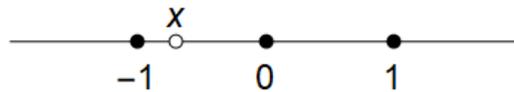
ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА ПО АЛГЕБРЕ
ДЛЯ 7-ГО КЛАССА
Вариант 1

Первая часть. Только ответ

Задача 1. Найдите значение выражения $0,1 + \frac{2}{3} \cdot (1,56 - 0,96)$.

Ответ. 0,5

Задача 2. Число x отмечено на координатной прямой. Сравните числа $a = 1 + \frac{1}{x}$ и $b = 1 - \frac{2}{x}$ с нулём.



Задача 3. Дана функция $f(x) = kx + b$. Известно, что $k < 0, b > 0$. Установите, в каких координатных четвертях расположен её график.

Ответ. I, II, IV

Задача 4. Найдите наибольший общий делитель чисел 611 и 299.

Ответ. 13

Задача 5. За период с ноября 2016 года по октябрь 2017 года один мессенджер скачали $6,08 \cdot 10^7$ раз, при этом $4,07 \cdot 10^6$ скачиваний было из Индонезии. Какой процент от общего числа скачиваний этого мессенджера в указанный период составили скачивания из Индонезии? Ответ округлите до целого числа процентов.

Ответ. 7%

Решение. $\frac{4,07 \cdot 10^6 \cdot 100}{6,08 \cdot 10^7} = \frac{4070}{608} = 6,6\dots$

Вторая часть. Ответ и решение

Задача 6. Решите уравнение $\frac{7 + 12x}{5} - 2x = \frac{13}{2} - \frac{2 - 5x}{3}$.

Ответ. -3,5

Решение. Преобразуем левую часть: $\frac{7 + 12x}{5} - 2x = \frac{7 + 12x - 10x}{5} = \frac{7 + 2x}{5}$.

Преобразуем правую часть: $\frac{13}{2} - \frac{2 - 5x}{3} = \frac{13 \cdot 3 - 2 \cdot (2 - 5x)}{6} = \frac{39 - 4 + 10x}{6} = \frac{35 + 10x}{6}$.

Итак, $\frac{7 + 2x}{5} = \frac{35 + 10x}{6}$. Далее возможны два способа.

Первый способ: «в лоб», например, воспользоваться свойством пропорции:

$$6(7 + 2x) = 5(35 + 10x) \Leftrightarrow 42 + 12x = 175 + 50x \Leftrightarrow -133 = 38x \Leftrightarrow x = -\frac{133}{38} = -\frac{7}{2} = -3,5.$$

Второй способ. $\frac{7 + 2x}{5} = \frac{35 + 10x}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{5} \cdot (7 + 2x) = \frac{5}{6} \cdot (7 + 2x) \Leftrightarrow \left(\frac{1}{5} - \frac{5}{6}\right) \cdot (7 + 2x) = 0 \Leftrightarrow 7 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = -3,5$.

Задача 7. Упростите выражение

$$\frac{(-ab^2)^{1001}}{(a^4b^8)^{250}}$$

и найдите его значение при $a = -2, b = 3$. В ответе запишите найденное значение.

Ответ. $-ab^2$; 18

Решение. Первый способ. $\frac{(-ab^2)^{1001}}{(a^4b^8)^{250}} = \frac{-a^{1001}b^{2002}}{a^{1000}b^{2000}} = -ab^2$.

Второй способ. $\frac{(-ab^2)^{1001}}{(a^4b^8)^{250}} = \frac{-(ab^2)^{1001}}{(ab^2)^{4 \cdot 250}} = \frac{-(ab^2)^{1001}}{(ab^2)^{1000}} = -ab^2$.

Осталось подставить значения переменных: $-ab^2 = -(-2) \cdot 3^2 = 18$.

Задача 8. Прямая ℓ проходит через точку с координатами $(4; -4)$ и пересекает график функции $y = 4x + 1$ в точке с абсциссой $x = 1$.

а) Постройте график функции $y = 4x + 1$.

б) Постройте прямую ℓ .

в) Задайте прямую ℓ уравнением.

Решение. Точка пересечения $(1; 5)$

Ответ. в) $g(x) = 8 - 3x$

Задача 9. Отцу 58 лет, а дочери — 13. Сколько лет было отцу, когда он был старше дочери в 6 раз?

Ответ. 54

Решение. Пусть дочери тогда было x лет, а отцу $6x$ лет, с тех пор дочь повзрослела на $13 - x$ лет, а отец стал старше на $58 - 6x$ лет. То есть с тех пор прошло $13 - x = 58 - 6x$ лет, откуда $5x = 45 \Leftrightarrow x = 9$, значит, отцу было $9 \cdot 6 = 54$ года.

Задача 10. Расстояние 120 км между соседними станциями поезд должен был проехать без остановок за 2 часа. Но, проехав треть пути, он сделал остановку и, чтобы приехать по расписанию, на всей оставшейся части пути ехал со скоростью на 20 км/ч большей. Сколько минут продолжалась остановка?

Ответ. 20 мин

Решение. Планируемая скорость поезда $120 : 2 = 60$ км/ч. Значит, после остановки он ехал со скоростью $60 + 20 = 80$ км/ч. Первую треть пути он проехал за $40 : 60 = 2/3$ часа, оставшиеся две трети пути — за $80 : 80 = 1$ час, значит, двигался он в течение $1\frac{2}{3}$ ч, а оставшиеся $2 - 1\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ часа стоял.

Задача 11. У Петра Васильевича есть 989 красных конфет и 667 синих, которые он раскладывает по подарочным коробкам. Какое наибольшее количество одинаковых подарков он может сделать, используя все конфеты? Подарки одинаковые, если в них одно и то же количество красных конфет и одно и то же количество синих конфет.

Ответ. 23

Решение. Пусть всего удалось сделать n подарков. Все 989 штук красных конфет поровну разложены по n подаркам, значит, 989 нацело делится на n . Аналогично, 667 нацело делится на n . Таким образом, количество одинаковых подарков обязательно является общим делителем чисел 989 и 667.

С другой стороны, если m — любой общий делитель чисел 989 и 667, то, положив в каждый подарок $k = \frac{989}{m}$ красных конфет и $s = \frac{667}{m}$ синих конфет, мы получим ровно m одинаковых подарков. Значит, любой общий делитель может быть количеством одинаковых подарков. А наибольшим возможным количеством одинаковых подарков будет $\text{НОД}(989; 667) = 23$.

Вторую часть доказательства можно провести немного иначе. Заметим, что

$$989 = 23 \cdot 43$$

$$667 = 23 \cdot 29$$

Числа 23, 43, 29 — простые, поэтому у 989 и 667 всего два общих делителя: 1 и 23. Проверим, что наибольший из них подходит: действительно, достаточно сделать 23 подарка, в каждом из которых 43 красных конфет и 29 синих.

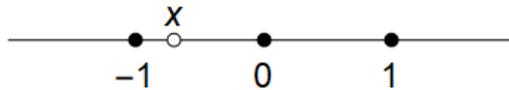
ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА ПО АЛГЕБРЕ
ДЛЯ 7-ГО КЛАССА
Вариант 2

Первая часть. Только ответ

Задача 1. Найдите значение выражения $0,7 - \frac{3}{5} \cdot (0,67 + 0,83)$.

Ответ. $-0,2$

Задача 2. Число x отмечено на координатной прямой. Сравните числа $a = 2 - \frac{1}{x}$ и $b = 1 + \frac{2}{x}$ с нулём.



Ответ. $a > 0, b < 0$

Задача 3. Дана функция $f(x) = kx + b$. Известно, что $k > 0, b > 0$. Установите, в каких координатных четвертях расположен её график.

Ответ. I, II, III

Задача 4. Найдите наибольший общий делитель чисел 391 и 799.

Ответ. 17

Задача 5. По итогам 2017 года общие операционные расходы одной компании составили $2,47 \cdot 10^9$ USD, из них на исследования и разработки было израсходовано $5,42 \cdot 10^8$ USD. Какой процент от общего числа операционных расходов этой компании в 2017 году составили расходы на исследования и разработки?

Ответ округлите до целого числа процентов.

Ответ. 22%

Решение. $\frac{5,42 \cdot 10^8 \cdot 100}{2,47 \cdot 10^9} = \frac{5420}{247} = 21,9 \dots$

Вторая часть. Ответ и решение

Задача 6. Решите уравнение $\frac{5 - 6x}{4} + x = \frac{7}{2} - \frac{5x - 2}{3}$.

Ответ. 2,5

Решение. Преобразуем левую часть: $\frac{5 - 6x}{4} + x = \frac{5 - 6x + 4x}{4} = \frac{5 - 2x}{4}$.

Преобразуем правую часть: $\frac{7}{2} - \frac{5x - 2}{3} = \frac{7 \cdot 3 - 2 \cdot (5x - 2)}{6} = \frac{21 - 10x + 4}{6} = \frac{25 - 10x}{6}$.

Итак, $\frac{5 - 2x}{4} = \frac{25 - 10x}{6}$. Далее возможны два способа.

Первый способ: «в лоб», например, воспользоваться свойством пропорции:

$$6(5 - 2x) = 4(25 - 10x) \Leftrightarrow 30 - 12x = 100 - 40x \Leftrightarrow 28x = 70 \Leftrightarrow x = \frac{70}{28} = \frac{5}{2} = 2,5.$$

Второй способ. $\frac{5 - 2x}{4} = \frac{25 - 10x}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{4} \cdot (5 - 2x) = \frac{5}{6} \cdot (5 - 2x) \Leftrightarrow \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{6}\right) \cdot (5 - 2x) = 0 \Leftrightarrow 5 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 2,5$.

Задача 7. Упростите выражение

$$\frac{(-a^6b^2)^{500}}{(a^3b)^{999}}$$

и найдите его значение при $a = -4, b = \frac{1}{2}$. В ответе запишите найденное значение.

Ответ. $a^3b, -32$

Решение. Первый способ. $\frac{(-a^6b^2)^{500}}{(a^3b)^{999}} = \frac{a^{3000}b^{1000}}{a^{2997}b^{999}} = a^3b.$

Второй способ. $\frac{(-a^6b^2)^{500}}{(a^3b)^{999}} = \frac{(a^3b)^{2 \cdot 500}}{(a^3b)^{999}} = \frac{(a^3b)^{1000}}{(a^3b)^{999}} = a^3b.$

Осталось подставить значения переменных: $a^3b = (-4)^3 \cdot \frac{1}{2} = -32.$

Задача 8. Прямая ℓ проходит через точку с координатами $(-1; 7)$ и пересекает график функции $y = -4 + x$ в точке с абсциссой $x = 1.$

а) Постройте график функции $y = -4 + x.$

б) Постройте прямую $\ell.$

в) Задайте прямую ℓ уравнением.

Решение. Точка пересечения $(1; -3)$

Ответ. в) $g(x) = 2 - 5x$

Задача 9. Отцу 43 года, а дочери — 19. Сколько лет было отцу, когда он был старше дочери в 4 раза?

Ответ. **32**

Решение. Пусть дочери тогда было x лет, а отцу $4x$ лет, с тех пор дочь повзрослела на $19 - x$ лет, а отец стал старше на $43 - 4x$ лет. То есть с тех пор прошло $19 - x = 43 - 4x$ лет, откуда $3x = 24 \Leftrightarrow x = 8,$ значит, отцу было $8 \cdot 4 = 32$ года.

Задача 10. Расстояние 180 км между соседними станциями поезд должен был проехать без остановок за 3 часа. Но, проехав половину пути, он сделал остановку и, чтобы приехать по расписанию, на всей оставшейся части пути ехал со скоростью на 30 км/ч большей. Сколько минут продолжалась остановка?

Ответ. **30 мин**

Решение. Планируемая скорость поезда $180 : 3 = 60$ км/ч. Значит, после остановки он ехал со скоростью $60 + 30 = 90$ км/ч. Первую половину пути он проехал за $90 : 60 = 1,5$ часа, вторую — за $90 : 90 = 1$ часа, значит, двигался он в течение 2,5 ч, а оставшиеся $3 - 2,5 = 0,5$ часа стоял.

Задача 11. У Петра Васильевича есть 817 красных конфет и 551 синяя, которые он раскладывает по подарочным коробкам. Какое наибольшее количество одинаковых подарков он может сделать, используя все конфеты? Подарки одинаковые, если в них одно и то же количество красных конфет и одно и то же количество синих конфет.

Ответ. **19**

Решение. Пусть всего удалось сделать n подарков. Все 817 штук красных конфет поровну разложены по n подаркам, значит, 817 нацело делится на $n.$ Аналогично, 551 нацело делится на $n.$ Таким образом, количество одинаковых подарков обязательно является общим делителем чисел 817 и 551.

С другой стороны, если m — любой общий делитель чисел 817 и 551, то, положив в каждый подарок $k = \frac{817}{m}$ красных конфет и $s = \frac{551}{m}$ синих конфет, мы получим ровно m одинаковых подарков. Значит, любой общий делитель может быть количеством одинаковых подарков. А наибольшим возможным количеством одинаковых подарков будет $\text{НОД}(817; 551) = 19.$

Вторую часть доказательства можно провести немного иначе. Заметим, что

$$817 = 19 \cdot 43$$

$$551 = 19 \cdot 29$$

Числа 19, 43, 29 — простые, поэтому у 817 и 551 всего два общих делителя: 1 и 19. Проверим, что наибольший из них подходит: действительно, достаточно сделать 19 подарков, в каждом из которых 43 красных конфет и 29 синих.

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА ПО АЛГЕБРЕ
ДЛЯ 7-ГО КЛАССА
Вариант 3

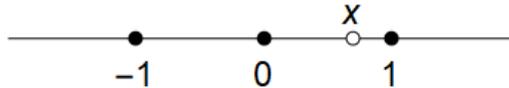
Первая часть. Только ответ

Задача 1. Найдите значение выражения $0,2 + \frac{3}{5} \cdot (0,37 - 2,87)$.

Ответ. $-1,3$

Задача 2. Число x отмечено на координатной прямой. Сравните числа $a = 1 - \frac{1}{x}$ и $b = -1 + \frac{1}{x+1}$ с нулём.

Ответ. $a < 0, b < 0$



Задача 3. Дана функция $f(x) = kx + b$. Известно, что $k > 0, b < 0$. Установите, в каких координатных четвертях расположен её график.

Ответ. I, III, IV

Задача 4. Найдите наибольший общий делитель чисел 437 и 893.

Ответ. 19

Задача 5. За ноябрь 2017 года общий объём продаж одной сети пиццерий в Москве составил $1,08 \cdot 10^8$ рублей, при этом заказов с доставкой на дом сделано на $7,17 \cdot 10^7$ рублей. Какой процент от общего объёма продаж в указанный период составили заказы с доставкой на дом? *Ответ округлите до целого числа процентов.*

Ответ. 66%

Решение. $\frac{7,17 \cdot 10^7 \cdot 100}{1,08 \cdot 10^8} = \frac{7170}{108} = 66,3 \dots$

Вторая часть. Ответ и решение

Задача 6. Решите уравнение $\frac{9x - 2}{3} - x = \frac{1}{4} - \frac{3 - 10x}{4}$.

Ответ. $-1/3$

Задача 7. Упростите выражение

$$\frac{(-a^7)^{143} \cdot (16b^{1001})^3}{(ab^3)^{1000} \cdot 2^{10}}$$

и найдите его значение при $a = -1, b = 5$. В ответе запишите найденное значение.

Ответ. $-4ab^3, 500$

Решение. Первый способ.

$$\frac{(-a^7)^{143} \cdot (16b^{1001})^3}{(ab^3)^{1000} \cdot 2^{10}} = \frac{-a^{1001} \cdot 16^3 \cdot b^{3003}}{a^{1000} b^{3000} \cdot 2^{10}} = -ab^3 \cdot \frac{(2^4)^3}{2^{10}} = -ab^3 \cdot \frac{2^{12}}{2^{10}} = -4ab^3.$$

Второй способ.

$$\frac{(-a^7)^{143} \cdot (16b^{1001})^3}{(ab^3)^{1000} \cdot 2^{10}} = \frac{-a^{1001} \cdot (2^4 b^{1001})^3}{(ab^3)^{1000} \cdot 2^{10}} = \frac{-(ab^3)^{1001} \cdot (2^4)^3}{(ab^3)^{1000} \cdot 2^{10}} = -ab^3 \cdot \frac{2^{12}}{2^{10}} = -4ab^3.$$

Осталось подставить значения переменных: $-4ab^3 = -4 \cdot (-1) \cdot 5^3 = 500$.

Задача 8. Прямая ℓ проходит через точку с координатами $(-10; -5)$ и пересекает график функции $y = -7 - 3x$ в точке с ординатой $y = -1$.

а) Постройте график функции $y = -7 - 3x$.

б) Постройте прямую ℓ .

в) Задайте прямую ℓ уравнением.

Решение. Точка пересечения $(-2; -1)$

Ответ. в) $g(x) = 0,5x$

Задача 9. В цветнике было в 7 раз больше красных бутонов, чем белых. Когда появились ещё 17 белых бутонов, а 19 красных распустились, тех и других бутонов стало поровну. Сколько было красных бутонов?

Ответ. **42 бутона**

Решение. Пусть было x белых бутонов и, значит, $7x$ красных. Появилось ещё 17 белых, значит, их стало $x + 17$, а 19 красных распустились, перестали быть бутонами, и осталось $7x - 19$ белых. Значит, $x + 17 = 7x - 19 \Leftrightarrow 6x = 36 \Leftrightarrow x = 6$, значит, было $7x = 7 \cdot 6 = 42$ красных бутона.

Задача 10. Бассейн объёмом 6000 м^3 при открытых кранах заполняется за 4 часа. Краны открыли, а когда бассейн наполнился на треть, открыли ещё и сливное отверстие, из которого вода вытекает со скоростью $500 \text{ м}^3/\text{ч}$, поэтому на заполнение бассейна потребовалось больше четырёх часов. На сколько больше? Ответ выразите в минутах.

Ответ. **80 мин**

Решение. За час сквозь краны наливается $6000 : 4 = 1500 \text{ м}^3$ воды. Треть объёма бассейна равна $6000 : 3 = 2000 \text{ м}^3$ и заполняется за треть времени, т.е. за $4/3$ часа. Осталось наполнить $6000 - 2000 = 4000 \text{ м}^3$, а скорость наполнения теперь уменьшилась и равна $1500 - 500 = 1000 \text{ м}^3/\text{ч}$. Значит, оставшийся объём заполнится за $4000 : 1000 = 4$ часа. А общее время равно $4/3 + 4$ часа, что превосходит планируемую четыре часа на $4/3$ часа, т.е. на 80 минут.

Задача 11. У Петра Васильевича есть 731 красная конфета и 493 синих, которые он раскладывает по подарочным коробкам. Какое наибольшее количество одинаковых подарков он может сделать, используя все конфеты? Подарки одинаковые, если в них одно и то же количество красных конфет и одно и то же количество синих конфет.

Ответ. **17**

Решение. Пусть всего удалось сделать n подарков. Все 731 штук красных конфет поровну разложены по n подаркам, значит, 731 нацело делится на n . Аналогично, 493 нацело делится на n . Таким образом, количество одинаковых подарков обязательно является общим делителем чисел 731 и 493.

С другой стороны, если m — любой общий делитель чисел 731 и 493, то, положив в каждый подарок $k = \frac{731}{m}$ красных конфет и $s = \frac{493}{m}$ синих конфет, мы получим ровно m одинаковых подарков. Значит, любой общий делитель может быть количеством одинаковых подарков. А наибольшим возможным количеством одинаковых подарков будет $\text{НОД}(731; 493) = 17$.

Вторую часть доказательства можно провести немного иначе. Заметим, что

$$731 = 17 \cdot 43$$

$$493 = 17 \cdot 29$$

Числа 17, 43, 29 — простые, поэтому у 731 и 493 всего два общих делителя: 1 и 17. Проверим, что наибольший из них подходит: действительно, достаточно сделать 17 подарка, в каждом из которых 43 красных конфет и 29 синих.

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА ПО АЛГЕБРЕ
ДЛЯ 7-ГО КЛАССА
Вариант 4

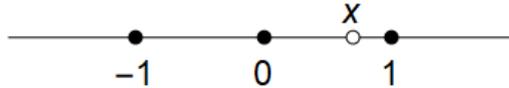
Первая часть. Только ответ

Задача 1. Найдите значение выражения $0,9 - \frac{2}{3} \cdot (1,49 - 0,29)$.

Ответ. 0,1

Задача 2. Число x отмечено на координатной прямой. Сравните числа $a = 1 + \frac{1}{x-1}$ и $b = \frac{2}{x} - 2$ с нулём.

Ответ. $a < 0, b > 0$



Задача 3. Дана функция $f(x) = kx + b$. Известно, что $k < 0, b < 0$. Установите, в каких координатных четвертях расположен её график.

Ответ. II, III, IV

Задача 4. Найдите наибольший общий делитель чисел 377 и 767.

Ответ. 13

Задача 5. За декабрь 2017 года общий объём продаж одной сети пиццерий в Москве составил $1,26 \cdot 10^8$ рублей, при этом заказов с доставкой на дом сделано на $8,64 \cdot 10^7$ рублей. Какой процент от общего объёма продаж в указанный период составили заказы с доставкой на дом? Ответ округлите до целого числа процентов.

Ответ. 69%

Решение. $\frac{8,64 \cdot 10^7 \cdot 100}{1,26 \cdot 10^8} = \frac{8640}{126} = 68,5 \dots$

Вторая часть. Ответ и решение

Задача 6. Решите уравнение $x - \frac{9x-2}{3} = \frac{8x-3}{4} + \frac{1}{4}$.

Ответ. 7/24

Задача 7. Упростите выражение

$$\frac{(3a^{91})^{11} \cdot (b^{1001})^4}{(-ab^4)^{1000} \cdot 9^5}$$

и найдите его значение при $a = -27, b = \frac{1}{3}$. В ответе запишите найденное значение.

Ответ. $3ab^4, -1$

Решение. Первый способ. $\frac{(3a^{91})^{11} \cdot (b^{1001})^4}{(-ab^4)^{1000} \cdot 9^5} = \frac{3^{11} a^{1001} b^{4004}}{a^{1000} b^{4000} \cdot (3^2)^5} = ab^4 \cdot \frac{3^{11}}{3^{10}} = 3ab^4$.

Второй способ. $\frac{(3a^{91})^{11} \cdot (b^{1001})^4}{(-ab^4)^{1000} \cdot 9^5} = \frac{3^{11} a^{1001} (b^4)^{1001}}{(ab^4)^{1000} \cdot 3^{10}} = 3 \cdot \frac{(ab^4)^{1001}}{(ab^4)^{1000}} = 3ab^4$.

Осталось подставить значения переменных: $3ab^4 = 3 \cdot (-27) \cdot (\frac{1}{3})^4 = -1$.

Задача 8. Прямая ℓ проходит через точку с координатами $(-8; 4)$ и пересекает график функции $y = 3x - 7$ в точке с ординатой $y = -1$.

а) Постройте график функции $y = 3x - 7$.

б) Постройте прямую ℓ .

в) Задайте прямую ℓ уравнением.

Решение. Точка пересечения $(2; -1)$

Ответ. в) $g(x) = -0,5x$

Задача 9. Двое друзей ловили рыбу. Ване везло и он поймал в 4 раза больше, чем Федя. Но по дороге домой Ваня потерял 17 рыбешек, а Федя ничего не потерял и приобрёл ещё 4 рыбешки на рынке. В результате друзья принесли домой поровну рыбы. Сколько рыбешек поймал Ваня?

Ответ. 28

Решение. Пусть Федя поймал x рыбешек и, значит, Ваня поймал $4x$ рыбешек. После потери у Вани осталось $4x - 17$, а у Феде после посещения рынка стало $x + 4$ белых. Значит, $4x - 17 = x + 4 \Leftrightarrow 3x = 21 \Leftrightarrow x = 7$, значит, Федя поймал $4x = 4 \cdot 7 = 28$ рыбешек.

Задача 10. Бассейн объёмом 6000 м^3 при открытых кранах заполняется за 3 часа. Краны открыли, а когда бассейн наполнился на четверть, открыли ещё и сливное отверстие, из которого вода вытекает со скоростью $500 \text{ м}^3/\text{ч}$, поэтому на заполнение бассейна потребовалось больше трёх часов. На сколько больше? *Ответ выразите в минутах.*

Ответ. 45 мин

Решение. За час сквозь краны наливается $6000 : 3 = 2000 \text{ м}^3$ воды. Четверть объёма бассейна равна $6000 : 4 = 1500 \text{ м}^3$ и заполняется за четверть времени, т.е. за $3/4$ часа. Осталось наполнить $6000 - 1500 = 4500 \text{ м}^3$, а скорость наполнения теперь уменьшилась и равна $2000 - 500 = 1500 \text{ м}^3/\text{ч}$. Значит, оставшийся объём заполнится за $4500 : 1500 = 3$ часа. А общее время равно $3/4 + 3$ часа, что превосходит планируемую три часа на $3/4$ часа, т.е. на 45 минут.

Задача 11. У Петра Васильевича есть 437 красных конфет и 851 синяя, которые он раскладывает по подарочным коробкам. Какое наибольшее количество одинаковых подарков он может сделать, используя все конфеты? *Подарки одинаковые, если в них одно и то же количество красных конфет и одно и то же количество синих конфет.*

Ответ. 23

Решение. Пусть всего удалось сделать n подарков. Все 437 штук красных конфет поровну разложены по n подаркам, значит, 437 нацело делится на n . Аналогично, 851 нацело делится на n . Таким образом, количество одинаковых подарков обязательно является общим делителем чисел 437 и 851.

С другой стороны, если m — любой общий делитель чисел 437 и 851, то, положив в каждый подарок $k = \frac{437}{m}$ красных конфет и $s = \frac{851}{m}$ синих конфет, мы получим ровно m одинаковых подарков. Значит, любой общий делитель может быть количеством одинаковых подарков. А наибольшим возможным количеством одинаковых подарков будет $\text{НОД}(437; 851) = 23$.

Вторую часть доказательства можно провести немного иначе. Заметим, что

$$437 = 23 \cdot 19$$

$$851 = 23 \cdot 37$$

Числа 23, 19, 37 — простые, поэтому у 437 и 851 всего два общих делителя: 1 и 23. Проверим, что наибольший из них подходит: действительно, достаточно сделать 23 подарка, в каждом из которых 19 красных конфет и 37 синих.